

Шесть функций сложного процента – это не так уж сложно!

Вольнова Вера Александровна

сертифицированный ROO оценщик недвижимости
оценщик TEGoVA

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

PV – текущая стоимость (**present value**)

FV - будущая стоимость (**future value**)

PMT- платёж, взнос, выплата (**payment**)

n - число периодов (год)

i - ставка процента за период (годовая)

k – кол. начислений за период (в год)

Аннуитет - серия равномерных равновеликих платежей

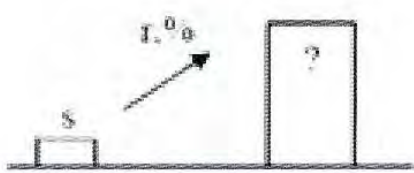


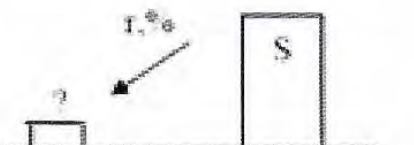
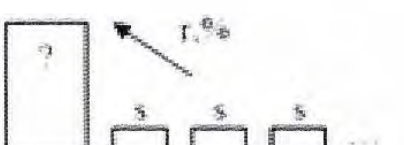
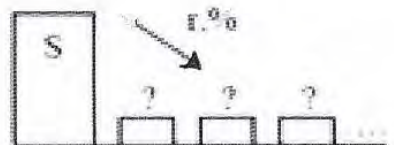
Самоамортизирующийся кредит – погашение производится равными по сумме платежами весь срок кредитования и включает часть долга и начисленные проценты

При платежах раз в период и ставке за период (i) (n)

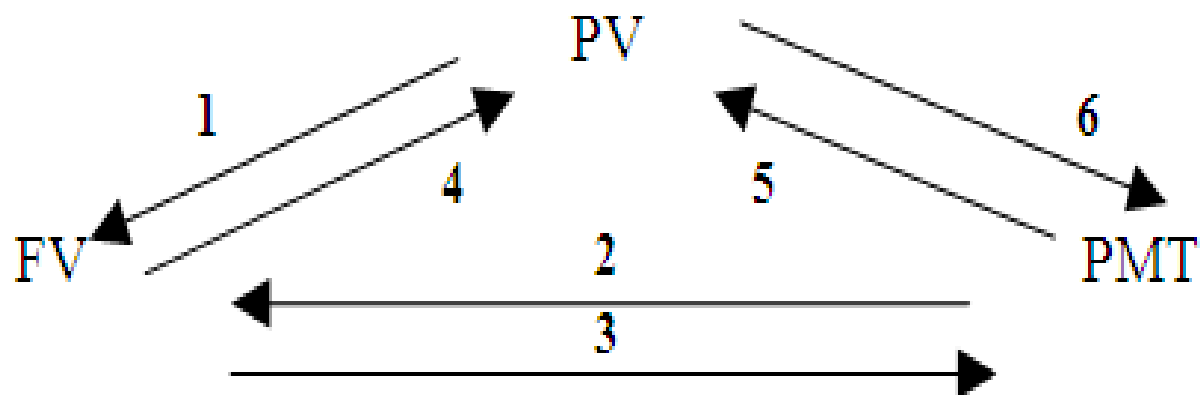
При годовых платежах и годовой ставке ($k=1$) ($i = i$) ($n = n$)

При ежемесячных платежах и годовой ставке ($k=12$) ($i = i/k$) ($n = nk$)

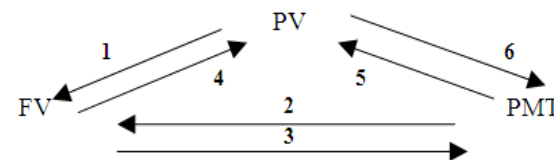
СХЕМА ШЕСТИ ФУНКЦИЙ

<p>1</p>  <p>Будущая стоимость единицы (сложный процент)</p>	<p>2</p>  <p>Накопление единицы за период (будущая стоимость аннуитета)</p>	<p>3</p>  <p>Фактор фонда возмещения (периодический взнос в фонд накопления)</p>
<p>4</p>  <p>Текущая стоимость единицы (дисконтирование)</p>	<p>5</p>  <p>Текущая стоимость единичного аннуитета (текущая стоимость единичного аннуитета)</p>	<p>6</p>  <p>Взнос за амортизацию единицы (периодический взнос на погашение кредита)</p>

ПОЧЕМУ ФУНКЦИЙ ШЕСТЬ?



ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ



1. **Будущая стоимость единицы** (сложный процент; сколько будет стоить то, что есть сегодня)

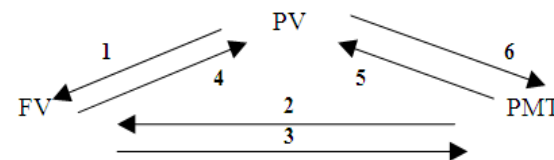
$$FV = PV (1+i)^n$$

4. **Текущая стоимость единицы** (дисконтирование; сколько стоит сегодня то, что получим в будущем) функция, обратная первой

$$PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$$

Годовое или ежемесячное начисление процентов

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ



2. Будущая стоимость аннуитета

(накопление единицы за период; накопление единицы за n периодов)

(сколько получим в будущем, если вкладывать по 1 в каждый период)

2.1. (обычного) если платежи в конце каждого года ($i = i$) ($n = n$)

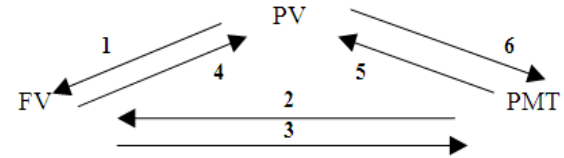
$$FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

2.2. (авансового) если платежи в начале каждого года ($i = i$) ($n = n+1$) (-1)

$$FV = PMT \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1$$

Годовое или ежемесячное начисление процентов

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ



3. Фактор фонда возмещения (периодический взнос :
сколько платить в каждый период, чтобы накопить известную сумму)
функция, обратная второй

$$PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

5. Текущая стоимость аннуитета
(текущая стоимость единичного аннуитета;
сколько сегодня стоит серия будущих выплат в каждый период)

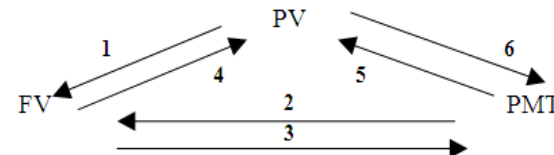
5.1. (обычного) если платежи в конце каждого периода ($i = i$) ($n = n$)

$$PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

5.2. (авансового) если платежи в начале каждого периода ($i = i$) ($n = n-1$) (+1)

$$PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} + 1$$

Годовое или ежемесячное начисление процентов



ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

6. Взнос за амортизацию единицы

(периодический взнос на погашение кредита;

какова величина платежей в каждый период для погашения взятой суммы)

функция, обратная пятой

$$PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

При годовой ставке и годовых платежах ($n = n$) ($i = i$)

При годовой ставке и ежемесячных платежах ($n = nk$) ($i = i/k$)

КАК ЗАПОМНИТЬ ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$1. \quad FV = PV (1+i)^n$$

$$4. \quad PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$2. \quad FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

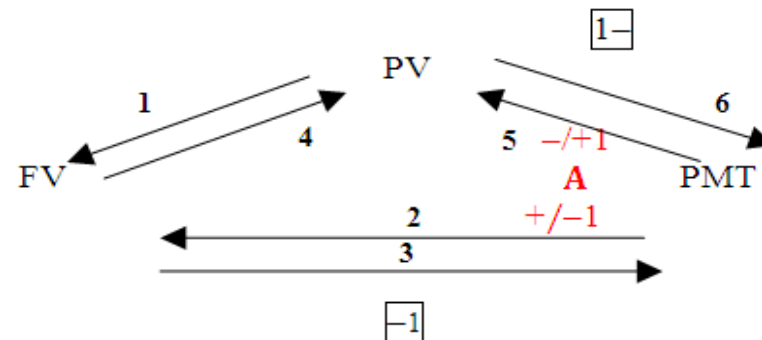
$$2A. \quad FV = PMT \left(\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} \right) - 1$$

$$3. \quad PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$5. \quad PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

$$5A. \quad PV = PMT \left(\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} \right) + 1$$

$$6. \quad PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$



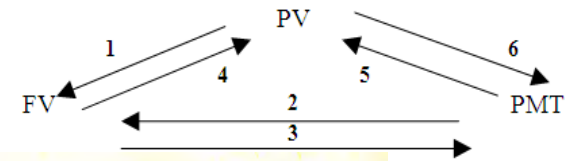
2 ф: (n = n+1) (f- след. год-1)

5 ф: (n = n-1) (f- предыд. год+1)

ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для сравнения ценности двух денежных потоков, различающихся по величине, периоду существования и процентной ставке, необходимо рассчитать:
 - А. суммарную текущую стоимость.
 - Б. суммарную будущую стоимость.
2. Если условия накопления заданы годовой процентной ставкой, сроком, выраженным в годах и периодичностью начисления процентов более частой, чем один раз в год, необходимо скорректировать:
 - А. число периодов накопления.
 - Б. ставку дохода.
 - В. оба параметра.
3. Утверждение о том, что функция «Периодический взнос на накопление фонда» и «Периодический взнос на погашение кредита» находятся в обратной зависимости:
 - А. верно.
 - Б. неверно.

ЕЖЕГОДНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ %

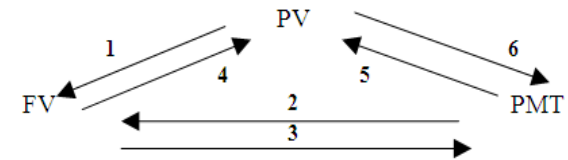


ШЕСТЬ ФУНКЦИЙ ДЕНЕГ
(начисление процентов ежегодно)

15,00%

Год	Будущая стоимость единицы	Накопленные единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	№ года
1	1,15000	1,00000	1,00000	0,86957	0,86957	1,15000	1
2	1,32250	2,15000	0,46512	0,75614	1,62571	0,61512	2
3	1,52088	3,47250	0,28798	0,65752	2,28323	0,43798	3
4	1,74901	4,99338	0,20027	0,57175	2,85498	0,35027	4
5	2,01136	6,74238	0,14832	0,49718	3,35216	0,29832	5
6	2,31306	8,75374	0,11424	0,43233	3,78448	0,26424	6
7	2,66002	11,0668	0,09036	0,37594	4,16042	0,24036	7
8	3,05902	13,72682	0,07285	0,32690	4,48732	0,22285	8
9	3,51788	16,78584	0,05957	0,28426	4,77158	0,20957	9
10	4,04556	20,30372	0,04925	0,24718	5,01877	0,19925	10
11	4,65239	24,34928	0,04107	0,21494	5,23371	0,19107	11
12	5,35025	29,00167	0,03448	0,18691	5,42062	0,18448	12
13	6,15279	34,35192	0,02911	0,16253	5,58315	0,17911	13
14	7,07571	40,50471	0,02469	0,14133	5,72448	0,17469	14
15	8,13706	47,58041	0,02102	0,12289	5,84737	0,17102	15
16	9,35762	55,71748	0,01795	0,10686	5,95423	0,16795	16
17	10,76126	65,07510	0,01537	0,09293	6,04716	0,16537	17
18	12,37545	75,83636	0,01319	0,08081	6,12797	0,16319	18
19	14,23177	88,21182	0,01134	0,07027	6,19823	0,16134	19
20	16,36654	102,44359	0,00976	0,06110	6,25933	0,15976	20

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ %

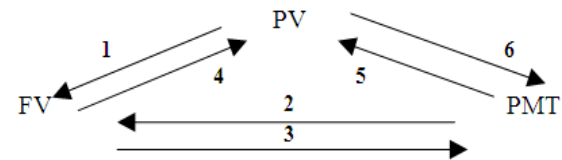


ШЕСТЬ ФУНКЦИЙ ДЕНЕГ
(начисление процентов ежемесячно)

15,00%

Месяц	Будущая стоимость единицы	Накопление единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	№ месяца
1	1,0125	1,0000	1,00000	0,98765	0,98765	1,01250	1
2	1,0252	2,0125	0,49689	0,97546	1,96312	0,50939	2
3	1,0380	3,0377	0,32920	0,96342	2,92653	0,34170	3
4	1,0509	4,0756	0,24536	0,95152	3,87806	0,25786	4
5	1,0641	5,1266	0,19506	0,93978	4,81784	0,20756	5
6	1,0774	6,1907	0,16153	0,92817	5,74601	0,17403	6
7	1,0909	7,2680	0,13759	0,91672	6,66273	0,15009	7
8	1,1045	8,3589	0,11963	0,90540	7,56812	0,13213	8
9	1,1183	9,4634	0,10567	0,89422	8,46234	0,11817	9
10	1,1323	10,5817	0,09450	0,88318	9,34553	0,10700	10
11	1,1464	11,7139	0,08537	0,87228	10,21780	0,09787	11
ГОД							
1	1,1608	12,8604	0,07776	0,86151	11,07931	0,09026	12
2	1,3474	27,7881	0,03599	0,74220	20,62423	0,04849	24
3	1,5639	45,1155	0,02217	0,63941	28,84727	0,03467	36
4	1,8154	65,2284	0,01533	0,55086	35,93148	0,02783	48
5	2,1072	88,5745	0,01129	0,47457	42,03459	0,02379	60

ЕЖЕГОДНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ % ЕЖЕМЕСЯЧНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ %



Колонка 1. Будущая стоимость единицы

Показывает рост 1 де., положенной на депозит, при накоплении процента.

Процент начисляется на сумму первоначального депозита и ранее полученного процента.

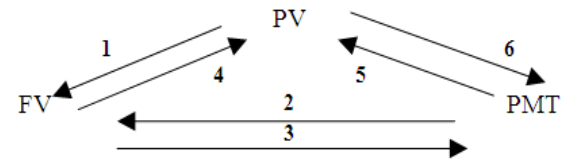
Колонка 4. Текущая стоимость единицы

Показывает сегодняшнюю стоимость 1 де, которая должна быть получена единовременно в будущем. Данный фактор является обратным по отношению к величине в колонке 1.

Колонка 2. Накопление единицы за период

Показывает рост сберегательного счета, на который в конце каждого периода вносится 1 де. Деньги на депозите в течение периода приносят процент.

ЕЖЕГОДНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ %
ЕЖЕМЕСЯЧНЫЕ НАЧИСЛЕНИЯ %



Колонка 3. Фактор фонда возмещения

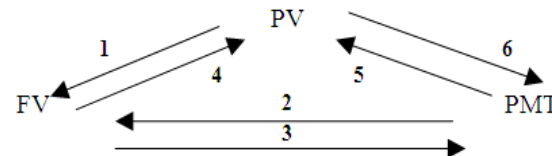
Показывает сумму равновеликого периодического взноса, который вместе с процентом необходим для того, чтобы к концу определенного числа периодов накопить 1 де. Каждая периодическая сумма вносится в конце каждого периода. Данный фактор является обратным по отношению к величине в колонке 2.

Колонка 5. Текущая стоимость единичного (обычного) аннуитета

Показывает сегодняшнюю стоимость равномерного потока доходов. Первое поступление в рамках данного потока происходит в конце первого периода; последующие поступления — в конце каждого последующего периода.

Колонка 6. Взнос на амортизацию единицы

Показывает равновеликий периодический платеж, необходимый для полной амортизации кредита, по которому выплачивается процент. Данный фактор является обратным по отношению к величине в колонке 5. Взнос на амортизацию 1 иногда называется *ипотечной постоянной*.



АЛГОРИТМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЦ

1. Выбрать таблицу ежегодного или ежемесячного накопления.
2. Найти страницу с соответствующей ставкой процента.
3. Найти колонку, соответствующую определяемому фактору.
4. Найти число лет слева или число периодов справа.
5. Пересечение колонки и ряда (периоды) дает фактор.
6. Умножить фактор на соответствующую основную сумму или депозит.

10%							
начисление процентов ежегодно							
Год	Будущая стоимость единицы	Накопление единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	Год
	1	2	3	4	5	6	7
1	1,10000	1,00000	1,00000	0,90909	0,90909	1,10000	1
2	1,21000	2,10000	0,47619	0,82645	1,73554	0,57610	2
3	1,33100	3,31000	0,30211	0,75131	2,48685	0,40210	3

При ежегодном: от 6% до 30%

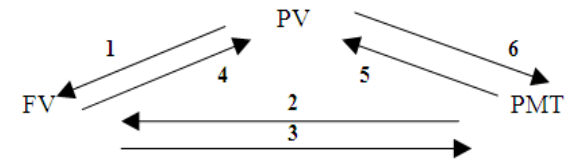
от 1 года до 40 лет

При ежемесячном: от 8% до 15%

от 1 мес. до 360 мес. (30 лет)

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЦ

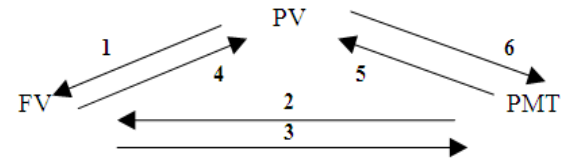
1. До какой суммы вырастет вклад 1 де. за 5 лет под 10% годовых, при ежегодном начислении процентов.?
2. До какой суммы вырастет вклад 1 де. за 5 лет под 10% годовых, при ежемесячном начислении процентов?



10%								начисление процентов ежегодно
Год	Будущая стоимость единицы	Накопление единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	Год №	
	1	2	3	4	5	6	7	
4	1,46410	4,64100	0,21547	0,68301	3,16987	0,31540	4	
5	1,61051	6,10510	0,16380	0,62092	3,79079	0,26300	5	

10%								начисление процентов ежемесячно
Год	Будущая стоимость единицы	Накопление единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	№ Мес.	
	1	2	3	4	5	6	7	
4	1,4894	58,7225	0,010703	0,67143	39,42816	0,01236	48	
5	1,6453	77,4371	0,01291	0,60779	47,06537	0,02125	60	

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЦ (решение)



1. До какой суммы вырастет вклад 1 де. за 5 лет под 10% годовых, при ежегодном начислении процентов?

FV -?

PV = 1; **i** = 10%; **n** = 5лет; **k** = 1

По таб. (колонка 1, годовое): будущая стоимость единицы под 10% -5 лет = 1,61
 $1*f = 1* 1,61 = 1,61$ де.

2. До какой суммы вырастет вклад 1 де. за 5 лет под 10% годовых, при ежемесячном начислении процентов?

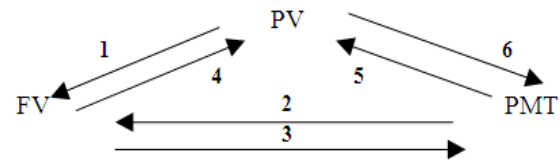
FV -?

PV = 1; **i** = 10%; **n** = 5лет; **k** = 12 ($n*k = 5*12 = 60$)

По таб. (колонка 1 ежемес.): будущая стоимость единицы под 10% -5 лет = 1,6453
 $1*f = 1* 1,65 = 1,65$ де.

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТАБЛИЦ

3. Какую сумму можно накопить, если откладывать в начале периода по 1 де. за 4 года под 10% годовых, при ежегодном начислении процентов?



FV -?

PMT = 1; **i** = 10%; **n** = 4года; **k** = 1

По таб. (колонка 2, годовое): будущая стоимость единицы под 10% -4+1 лет = 6,1
 $1 * f = 1 * (6,1 - 1) = 5,1$ де.

<i>10%</i>		<i>начисление процентов ежегодно</i>					
Год	Будущая стоимость единицы	Накопление единицы за период	Фактор фонда возмещения	Текущая стоимость единицы	Текущая стоимость единичного аннуитета	Взнос за амортизацию единицы	Год №
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
4	1,46410	4,64100	0,21547	0,68301	3,16987	0,31540	4
5	1,61051	6,10510	0,16380	0,62092	3,79079	0,26300	5

ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ

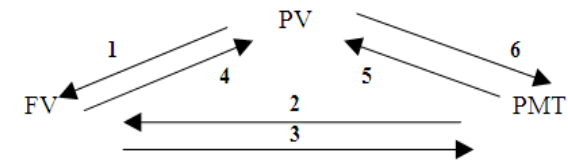
1. Если денежный поток возникает через разные интервалы, таблицы сложного процента использовать:
 - А. целесообразно.
 - Б. нецелесообразно.
2. Использование таблиц сложного процента требует корректировки, если денежный поток возникает :
 - А. в конце периода.
 - Б. в начале периода.
3. Для определения текущей стоимости известной в будущем суммы, необходимо:
 - А. определенный по таблице фактор «Текущая стоимость единицы» поделить на известную в будущем сумму.
 - Б. определенный по таблице фактор «Текущая стоимость единицы» умножить на известную в будущем сумму.
 - В. известную в будущем сумму поделить на определенный по таблице фактор «Текущая стоимость единицы» .

Группа	Определяемые величины
<p>Доходный подход</p> <p>6 функций денежной единицы</p>	<p>1. Первая функция</p> <p>Будущая стоимость единицы (накопленная сумма единицы; накопление единицы за период; будущая стоимость известной суммы)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. накопленная за период сумма 2. до какой величины вырастет вклад 3. предельная стоимость объекта 4. какова наращенная сумма, подлежащая возврату
	<p>4. Четвертая функция</p> <p>Текущая стоимость единицы (текущая стоимость будущей известной суммы)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. стоимость объекта, покупка которого обойдется в X 2. какую сумму положить, чтобы накопить X 3. какая цена, оплаченная сегодня, позволит получить доход $X\%$
	<p>2. Вторая функция</p> <p>Будущая стоимость аннуитета (накопление единицы за период; накопление единицы за n периодов; будущая стоимость серии платежей)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. сумма, накопленная путем периодических платежей (вкладов) 2. предельная стоимость объекта при депонировании в каждый период 3. сумма, накопленная собственником через n лет от аренды объекта

Группа	Определяемые величины
<p>Доходный подход</p> <p>6 функций денежной единицы</p>	<p>3. Третья функция Фактор фонда возмещения <i>(величина платежа при известной будущей стоимости)</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. сколько нужно откладывать, чтобы накопить на покупку объекта 2. сколько нужно откладывать, чтобы через n лет заменить элемент 3. какую сумму получать с арендатора, чтобы накопить на объект
	<p>5. Пятая функция Текущая стоимость единичного аннуитета <i>(накопление суммы за n периодов; текущая стоимость известной серии платежей)</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. право получения рентного дохода с объекта 2. сколько стоил объект в рассрочку, если известен ежегодный взнос 3. какую сумму положить, чтобы получать ежегодно опр. платеж
	<p>6. Шестая функция Взнос за амортизацию единицы <i>(величина необходимых платежей, которая оплатит возврат инвестиций и процентов; величина платежа для погашения известной текущей суммы)</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ежегодный взнос для оплаты купленной сегодня квартиры 2. ежегодный взнос для возврата взятого кредита 3. какую сумму снимать со счета, если известно, сколько было положено

Группа	Определяемые величины
<p>Доходный подход</p> <p>6 функций денежной единицы</p>	<p>Задачи на две функции</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какую сумму ежегодно вносить, чтобы накопить средства, размер которых сегодня известен 2. Хватит ли средств на объект, цена которого известна сегодня, если вносить определенные платежи 3. Сколько стоит объект, приносящий одинаковый ежегодный доход, который затем будет продан 4. За какую сумму продать этот объект в настоящее время, если известен ежегодный доход от него 5. Какова текущая стоимость потока арендных платежей

1. Какая сумма будет накоплена через 4 года, если норма доходности 12% годовых, а первоначально отложено 95 000 руб.?
2. Вы положили в Банк 100 денежных единиц на 5 лет при ежегодном начислении процентов по 10 % ставке. Сколько денег вы снимете со счета через 5 лет?
3. Квартира продана за 400 де, деньги приносят 15% годового дохода. Какова предельная стоимость недвижимости, которую можно будет купить через 10 лет?
4. Получен кредит 150 млн. руб. сроком на 2 года, под 15% годовых; начисление % происходит ежеквартально. Определить наращенную сумму, подлежащую возврату.



1. Какая сумма будет накоплена через 4 года, если норма доходности 12% годовых, а первоначально отложено 95 000 руб.?

Формула расчета: $FV = PV (1+i)^n$

FV -?

PV = 95 000

i = 12%

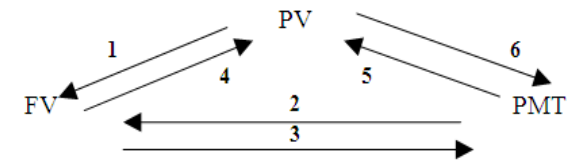
n = 4

k = 1

$FV = 95\ 000 * (1+0,12)^4 = 95\ 000 * 1,12^4 = 95\ 000 * 1,574 = 149\ 530$ руб.

По таб: будущая стоимость единицы (1кол.) под 12% - 4 года = 1,5735

$95 * f = 95\ 000 * 1,574 = 149\ 530$ руб.



2. Вы положили в Банк 100 денежных единиц на 5 лет при ежегодном начислении процентов по 10 % ставке. Сколько денег вы снимете со счета через 5 лет?

Формула расчета: $FV = PV (1+i)^n$

FV -?

PV = 100

i = 10%

n = 5

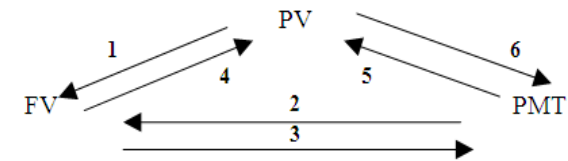
k = 1

FV = $100 \cdot (1+0,1)^5 = 100 \cdot 1,1^5 = 161$ де

или:

По таб. (1кол.) будущая стоимость единицы под 10% -5 лет = 1,61053

$100 \cdot f = 100 \cdot 1,61 = 161$ де



3. Квартира продана за 400 де, деньги приносят 15% годового дохода. Какова предельная стоимость недвижимости, которую можно будет купить через 10 лет?

Формула расчета: $FV = PV (1+i)^n$

FV - ?

$PV = 400$

$i = 15\%$

$n = 10$

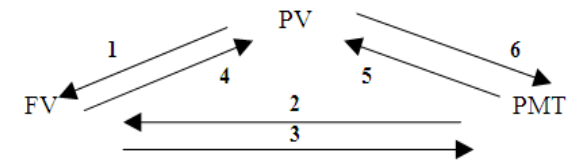
$k = 1$

$$FV = 400 * (1 + 0,15)^{10} = 400 * 1,15^{10} = 400 * 4,046 = \mathbf{1\ 618,4\ де}$$

или:

По таб: будущая стоимость единицы под 15% -10 лет = 4,0455

$$400 * f = 400 * 4,04556 = 1\ 618,22\ де$$



4. Получен кредит 150 млн. руб. сроком на 2 года, под 15% годовых; начисление % происходит ежеквартально. Определить наращенную сумму, подлежащую возврату.

Формула расчета: $FV = PV (1+i/k)^{n*k}$

FV -?

$PV = 150$

$i = 15\%$

$n = 2$

$k = 4$

$i/k = 0,15/4 = 0,0375$

$n*k = 2*4 = 8$

$FV = 150*(1+0,0375)^8 = 150*1,0375^8 = 150*1,342 = 201,3$ млн. руб.

1. Рассчитать стоимость квартиры, для покупки которой через 5 лет понадобится 500 де при условии, что деньги приносят доход 15% годовых.
2. Какую сумму необходимо положить на 3 года под 10% годовых, чтобы получить 1 000 де?
3. Инвестор планирует, что через 4 года стоимость объекта составит 2000 де. Какую цену необходимо уплатить сегодня, если ставка дохода на данном рынке составляет 11% ?
4. Какова текущая стоимость 1 000 де., полученных в конце третьего года при 10% годовых при ежемесячном начислении процента?

1. Рассчитать стоимость квартиры, для покупки которой через 5 лет понадобится 500 де при условии, что деньги приносят доход 15% ГОДОВЫХ.

Формула расчета: $PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$

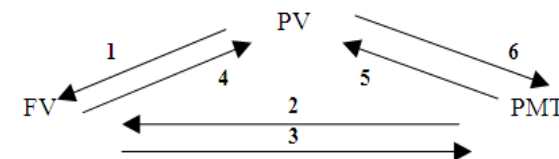
PV -?

FV = 500

i = 15%

n = 5

k = 1



PV = $500 * 1/(1+0,15)^5 = 500 * 1/1,15^5 = 500 * 1/2,011 = 500 * 0,497 = 248,5$ де

или:

По таб: текущая стоимость единицы под 15% -5 лет = 4,049718

$500 * f = 500 * 0,497 = 248,5$ де

2. Какую сумму необходимо положить на 3 года под 10% годовых, чтобы получить 1 000 де?

Формула расчета: $PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$

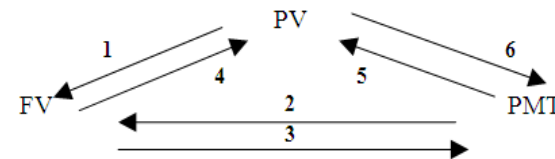
PV -?

FV = 1000

i = 10%

n = 3

k = 1



$$PV = 1\,000 * 1/(1+0,1)^3 = 1\,000 * 1/1,1^3 = 1\,000 * 1/1,331 = 1000 * 0,751 = \mathbf{751\text{де}}$$

или:

По таб: текущая стоимость единицы под 10% -3 года = 0,751

$$1000 * f = 1000 * 0,751 = 751 \text{ де}$$

3. Инвестор планирует, что через 4 года стоимость объекта составит 2000 де. Какую цену за объект необходимо уплатить сегодня, если ставка дохода на данном рынке составляет 11% ?

Формула расчета: $PV = FV \frac{1}{(1+i)^n}$

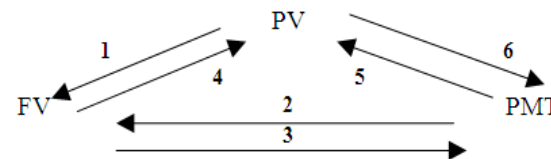
PV -?

FV = 2000

i = 11%

n = 4

k = 1



$$PV = 2\,000 * 1/(1+0,11)^4 = 2\,000 * 1/1,11^4 = 2\,000 * 1/1,518 = 2\,000 * 0,659 = 1\,318 \text{ де}$$

или:

По таб: текущая стоимость единицы под 11% -4 года = 0,659

$$1000 * f = 2\,000 * 0,659 = 1\,318 \text{ де}$$

4. Какова текущая стоимость 1 000 де., полученных в конце третьего года при 10% годовых при ежемесячном начислении процента?

Формула расчета: $PV = FV$

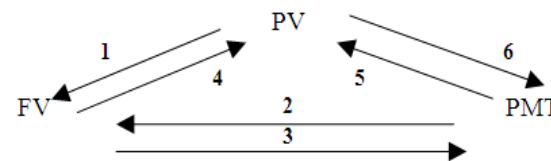
PV -?

$FV = 1000$

$i = 10\%$

$n = 3$

$k = 12$



$i/k = 0,10/12 = 0,00834$

$n*k = 3*12 = 36$

$PV = 1\ 000 * 1/(1+0,00834)^{36} = 1\ 000 * 1/1,00834^{36} = 1\ 000 * 1/1,349 = 1\ 000 * 0,742 = 742$ де

или:

По таб: текущая стоимость единицы под 10% -3 года (ежемесячно) = 0,74174

$1000*f = 1\ 000 * 0,741 = 742$ де

1. Чтобы заработать себе на пенсию Вы решили откладывать в банк в конце года по 100 уе. Сколько денег Вы снимете со счета через 5 лет, если банк начисляет 10 % ежегодно?
2. Какова предельная стоимость недвижимости, которую можно будет купить через 10 лет, если ежегодно откладывать по 400 де. под 15% годовых?
3. Собственник сдает в аренду недвижимость, получая в конце каждого года 1000 уе. Доходность аналогичных объектов составляет 12%. Какую сумму накопит собственник через 4 года?
4. Определить будущую стоимость регулярных ежемесячных платежей величиной по 10 тыс.де. в течение 4 лет при ставке 12% и ежемесячном накоплении.

1. Чтобы заработать себе на пенсию Вы решили откладывать в банк в конце года по 100 уе. Сколько денег Вы снимете со счета через 5 лет, если банк начисляет 10 % ежегодно?

Формула расчета: $FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

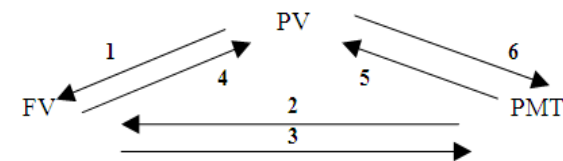
FV -?

PMT = 100

i = 10%

n = 5

k = 1



$FV = 100 * (1,1^5 - 1) / 0,10 = 100 * (1,61 - 1) / 0,10 = 100 * 6,1 = 610$ уе.

или:

По таб: будущая стоимость аннуитета под 10% -5 лет = 6,105

$100 * f = 100 * 6,10 = 610$ уе.

2. Какова предельная стоимость недвижимости, которую можно будет купить через 10 лет, если ежегодно откладывать по 400 де. под 15% годовых?

Формула расчета:
$$FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

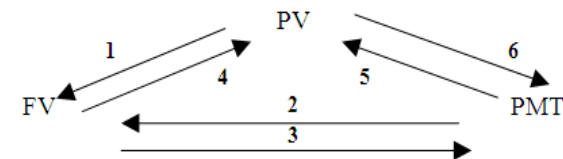
FV -?

PMT = 400

i = 15%

n = 10

k = 1



$FV = 400 * (1,15^{10} - 1) / 0,15 = 400 * (4,046 - 1) / 0,15 = 400 * 20,307 = 8\ 122,8$ де.

или:

По таб: будущая стоимость аннуитета под 15% -10 лет = 20,303

$400 * f = 400 * 20,304 = 8\ 122,2$ де.

3. Собственник сдает в аренду недвижимость, получая в конце каждого года 1000 уе. Доходность аналогичных объектов составляет 12%. Какую сумму накопит собственник через 4 года?

Формула расчета:
$$FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

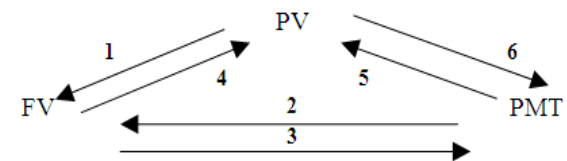
FV -?

PMT – 1000

i = 12%

n = 4

k = 1



$$FV = 1000 * (1,12^4 - 1) / 0,12 = 1000 * (1,574 - 1) / 0,12 = 1000 * 4,78 = 4\ 780 \text{ уе.}$$

или:

По таб: будущая стоимость аннуитета под 12% - 4 года = 4,779

$$1000 * f = 1000 * 4,779 = 4779 \text{ уе}$$

4. Определить будущую стоимость регулярных ежемесячных платежей величиной по 10 тыс.де. в течение 4 лет при ставке 12% и ежемесячном накоплении.

Формула расчета: $FV = PMT \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

FV -?

PMT = 10

i = 12%

n = 4

k = 12

$i/k = 0,12/12 = 0,01$

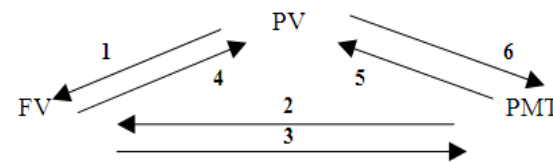
$n*k = 4*12 = 48$

$FV = 10*(1,01^{48} - 1)/0,01 = 10*(1,612 - 1)/0,01 = 10*0,612/0,01 = 10*61,2 = \mathbf{612}$ тыс.де.

или:

По таб: будущая стоимость аннуитета под 12% - 4 года = 61,222

$10*f = 10* 61,222 = 612,2$ тыс.де



1. Рассчитать ежегодный взнос под 15% годовых для покупки через 10 лет квартиры за 500 де.
2. Какую одинаковую сумму необходимо ежегодно откладывать в фонд, приносящий 10% годового дохода, чтобы через 10 лет осуществить замену кровли на сумму 150 тыс. руб.?
3. Вы взяли в долг 1 млн. уе. на 5 лет под 10% годовых, каждый год Вы платите только %. Какую сумму вы должны депонировать в конце каждого года, чтобы накопить миллион?
4. Вы хотите купить загородный дом. Ориентировочная стоимость будущей покупки- 70 тыс. уе. Сколько необходимо ежемесячно депонировать в банк под 10% годовых из заработной платы (в конце месяца), чтобы через 3 года эта мечта осуществилась?

1. Рассчитать ежегодный взнос под 15% годовых для покупки через 10 лет квартиры за 500 де.

Формула расчета: $PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

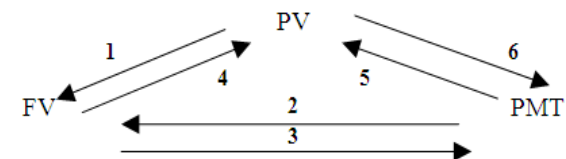
PMT -?

FV = 500

i = 15%

n = 10

k = 1



$PMT = 500 * (0,15/1,15^{10} - 1) = 500*(0,15/3,045) = 500*0,049 = \mathbf{24,5}$ де.

или:

По таб: фактор фонда возмещения под 15% - 10 лет = 0,049

$500*f = 500* 0,049 = 24,5$ де.

2. Какую одинаковую сумму необходимо ежегодно откладывать в фонд, приносящий 10% годового дохода, чтобы через 10 лет осуществить замену кровли на сумму 150 тыс. руб.?

Формула расчета: $PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

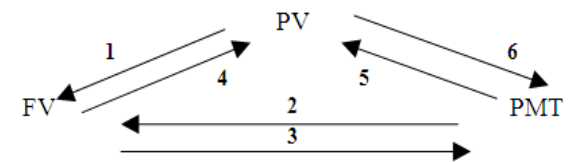
PMT -?

FV = 150

i = 10%

n = 10

k = 1



PMT = 150 * (0,10/1,1¹⁰ - 1) = 150 * (0,10/1,593) = 150 * 0,0628 = **9 420 руб.**

или:

По таб: фактор фонда возмещения под 10% - 10 лет = 0,0627

150*f = 150 * 0,0628 = 9 420 руб.

3. Какую сумму желательно получать с арендатора, чтобы накопить на объект, который через 5 лет будет стоить 1 млн. уе., при ставке депозита 10% годовых?

Формула расчета:

$$PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

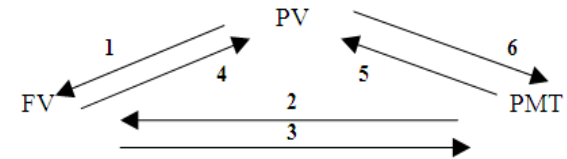
PMT -?

FV = 1

i = 10%

n = 5

k = 1



$$PMT = 1 * (0,10/1,10^5 - 1) = 1*(0,10/0,610) = 1*0,164 = 164\ 000 \text{ уе.}$$

или:

По таб: фактор фонда возмещения под 10% - 5 лет = 0,164

$$1 * f = 1\ 00\ 000 * 0,164 = 164\ 000 \text{ уе.}$$

4. Вы хотите купить загородный дом. Ориентировочная стоимость будущей покупки - 70 тыс. де. Сколько необходимо ежемесячно депонировать в банк под 10% годовых из заработной платы (в конце месяца), чтобы через 3 года эта мечта осуществилась?

Формула расчета $PMT = FV \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

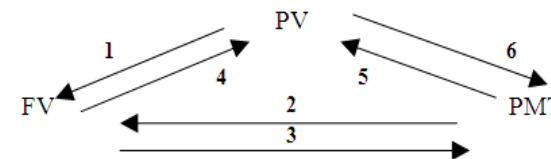
PMT -?

FV = 70

i = 10%

n = 3

k = 12



$i/k = 0,10/12 = 0,0083$

$n*k = 3*12 = 36$

$PMT = 70 * 0,0083 / (1 + 0,0083)^{36} - 1 = 70 * 0,0083 / 1,0083^{36} - 1 =$
 $= 70 * 0,0083 / 0,347 = 70 * 0,0239 = 1,673$ тыс.де.

или:

По таб: фактор фонда возмещения под 10% - 3 года (ежемесячно) = 0,0239

$70 * f = 70 * 0,0239 = 1,673$ тыс.де.

1. У Вас есть право получать с недвижимости в течении 5 лет каждый год в конце года 1 млн. руб. чистой прибыли в виде рентного дохода. Сколько стоит это право сегодня, при условии что норма прибыли (ставка дисконтирования) 10% ?
2. Сколько стоила квартира, купленная в рассрочку на 10 лет под 13% годовых, если ежегодный взнос составляет 1000 де.?
3. Какую сумму следует положить в настоящее время в банк, начисляющий 8% годовых, чтобы затем, в течение 5 лет в конце года снимать по 25 тыс. руб.?
4. Определить величину кредита, если известно что в его погашение ежемесячно выплачивается по 3 тыс.де в течение 4 лет при ставке 10% годовых.

1. У Вас есть право получать с недвижимости в течении 5 лет каждый год в конце года 1 млн. руб. чистой прибыли в виде рентного дохода. Сколько стоит это право сегодня, при условии что норма прибыли (ставка дисконтирования) 10% ?

Формула расчета: $PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$

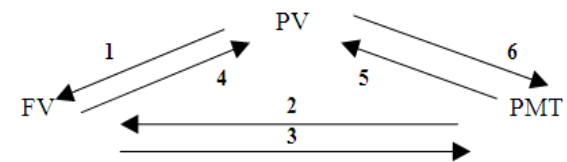
PV -?

PMT = 1

i = 10%

n = 5

k = 1



$PV = 1 * (1 - 1/1,10^5) / 0,10 = 1 * (1 - 1/1,61) / 0,10 = 1 * (1 - 0,62) / 0,10 = 1 * (0,38 / 0,10) = 1 * 3,8 = 3,8$ млн. руб.

или:

По таб: текущая стоимость единичного аннуитета под 10% - 5 лет = 3,79

$1 * f = 1 * 3,79 = 3,79$ млн. руб.

2. Сколько стоила квартира, купленная в рассрочку на 10 лет под 13% годовых, если ежегодный взнос составляет 1000 де.?

Формула расчета: $PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$

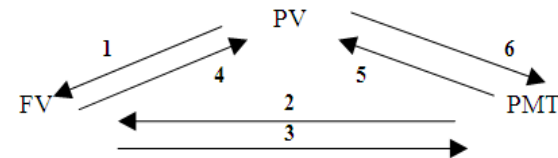
PV -?

PMT = 1000

i = 13%

n = 10

k = 1



$PV = 1000 * (1 - 1/1,13^{10}) / 0,13 = 1000 * (1 - 0,294) / 0,13 = 1000 * (0,706 / 0,13) = 1000 * 5,43 = 5\ 430$ де.

или:

По таб: текущая стоимость единичного аннуитета под 13% - 10 лет = 5,426

$1000 * f = 1000 * 5,426 = 5\ 426$ де.

3. Какую сумму следует положить в настоящее время в банк, начисляющий 8% годовых, чтобы затем, в течение 5 лет в конце года снимать по 25 тыс. руб.?

Формула расчета: $PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$

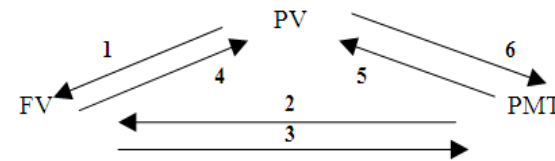
PV -?

PMT = 25

i = 8%

n = 5

k = 1



PV = 25 * (1-1/1,08⁵)/0,08 = 25*(1-0,681)/0,08 = 25* (0,319/0,08) = 25*3,988 = **99,7 тыс. руб.**

или:

По таб: текущая стоимость единичного аннуитета под 8% - 5 лет = 3,99

25 * f = 25 * 3,99 = 99,75 тыс.руб.

4. Определить величину кредита, если известно что в его погашение ежемесячно выплачивается по 3 тыс.де в течение 4 лет при ставке 10% ГОДОВЫХ.

Формула расчета:
$$PV = PMT \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

PV -?

PMT = 3

i = 10%

n = 4

k = 12

i/k = 0,10/12 = 0,0083

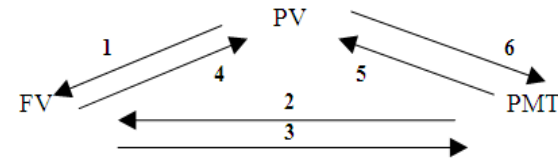
n*k = 4*12 = 48

$PV = 3 * 1 - (1/1,0083^{48})/0,0083 = 3 * 1 - (1/1,48)/0,08 = 3 * (1 - 0,672/0,0083) = 3 * 0,328/0,0083 = 3 * 39,518 = 118,554$ тыс. де.

или:

По таб (5 столбец) : текущая стоимость единичного аннуитета под 10% - 4 года (ежемесячно) = 39,428

3 * f = 3 * 39,428 = 118,284 тыс.де.



1. Рассчитать ежегодный взнос для оплаты квартиры, купленной в рассрочку за 500 де на 10 лет под 15% годовых
2. Какую сумму необходимо ежегодно выплачивать для погашения кредита, взятого для покупки квартиры стоимостью 30 тыс. уе под 10% годовых, взятого на 20 лет?
3. Какую сумму можно ежегодно в течение 5 лет снимать со счета, на который начисляется 7% годовых, если первоначальный вклад равен 850 тыс. руб., при условии, что снимаемые суммы равны?
4. Какими должны быть ежемесячные выплаты по самоамортизирующемуся кредиту в 20 тыс. де, предоставленному на 5 лет при номинальной годовой ставке 10%? выплачивается по 3 тыс. де в течение 4 лет при ставке 10% годовых.

1. Рассчитать ежегодный взнос для оплаты квартиры, купленной в рассрочку за 500 де на 10 лет под 15% годовых

Формула расчета: $PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$

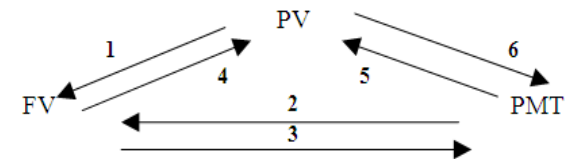
PMT -?

PV = 500

i = 15%

n = 10

k = 1



PMT = $500 * 0,15 / 1 - (1 / 1,15^{10}) = 500 * 0,15 / 1 - 0,247 = 500 * 0,15 / 0,753 = 500 * 0,199 = 99,5$ де.

или:

По таб: взнос за амортизацию единицы под 15% - 10 лет = 0,199

$500 * f = 500 * 0,199 = 99,5$ де.

2. Какую сумму необходимо ежегодно выплачивать для погашения кредита, взятого для покупки квартиры стоимостью 30 тыс. уе. под 10% годовых, взятого на 20 лет?

Формула расчета: $PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$

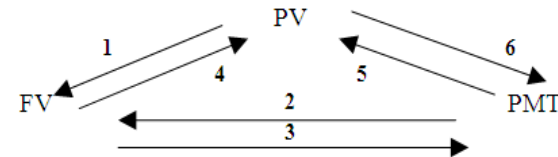
PMT -?

PV = 30

i = 10%

n = 20

k = 1



PMT = $30 * 0,10 / 1 - (1/1,1^{20}) = 30 * 0,10 / (1 - 0,148) = 30 * 0,10 / 0,852 = 30 * 0,117 = 3,51$ тыс. уе.

или:

По таб: взнос за амортизацию единицы под 10% - 20 лет = 0,0,117

$30 * f = 30 * 0,117 = 3,51$ тыс. уе.

3. Какую сумму можно ежегодно в течение 5 лет снимать со счета, на который начисляется 7% годовых, если первоначальный вклад равен 850 тыс. руб., при условии, что снимаемые суммы равны?

Формула расчета:
$$PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

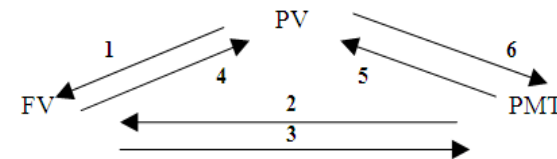
PMT -?

PV = 850

i = 7%

n = 5

k = 1



PMT = $850 * 0,07 / 1 - (1/1,07^5) = 850 * 0,07 / 1 - 0,713 = 850 * 0,07 / 0,287 = 850 * 0,243 = 206,55$
тыс. руб.

или:

По таб: взнос за амортизацию единицы под 7% - 5 лет = 0,0,117

$850 * f = 850 * 0,243 = 206,55$ тыс. руб.

4. Какими должны быть ежемесячные выплаты по самоамортизирующемуся кредиту в 20 тыс.де, предоставленному на 5 лет при номинальной годовой ставке 10%?

Формула расчета: $PMT = PV \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$

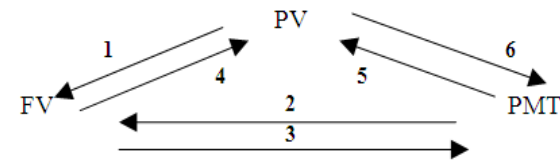
PMT -?

PV = 20

i = 10%

n = 5

k = 12



$i/k = 0,10/12 = 0,0083$

$n*k = 5*12 = 60$

$PMT = 20 * 0,0083 / 1 - (1/1,0083^{60}) = 20 * 0,0083 / 1 - 1/1,642 = 20 * 0,0083 / 1 - 0,609 = 20 * 0,0083 / 0,391 = 20 * 0,021 = 0,42$ тыс. де.

или:

По таб (столб. 6): взнос за амортизацию единицы под 10% - 5 лет (ежемесячно) = 0,021

$20 * f = 20 * 0,021 = 0,42$ тыс. де.

1. Владельцы кондоминиума планируют сменить покрытие крыши через 10 лет. Сегодня это обходиться в 125 000 руб. Ожидается, что данная операция будет дорожать на 12 % в год (по сложному проценту).

Какую сумму им следует вносить в конце каждого года на счет, приносящий 10 %, чтобы к указанному времени иметь достаточно средств на замену крыши?

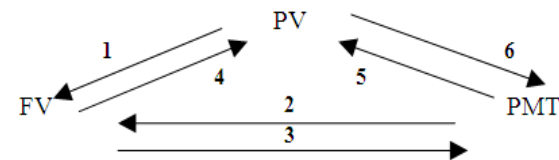
2. Супруги планируют совершить длительное турне через 5 лет. В настоящий момент такое турне обошлось бы в 10 000 де. Стоимость путешествия ежегодно дорожает на 10 % (по сложному проценту).

Хватит ли средств супругам на запланированное турне, если они будут в конце каждого года вносить 1 920 де на счет, приносящий 12 % годовых?

3. Владелец автостоянки предполагает в течение 6 лет получать ежегодный доход от аренды по 60 тыс. де. В конце 6 года автостоянка будет перепродана за 1 350 тыс. де. Ставка дисконта от дохода 15%, от перепродажи 12%. Рассчитать текущую стоимость объекта.

4. Сданная в аренду недвижимость в течение 3 лет приносит в конце каждого года по 10 тыс. де. В течение следующих 2 лет ежегодный доход составит 12 тыс. де. Ожидаемая годовая доходность 15%.

Через 5 лет предполагается, что недвижимость будет продана за 200 тыс. де. За какую сумму целесообразно продать этот объект в настоящее время?



1. Владельцы кондоминиума планируют сменить покрытие крыши через 10 лет. Сегодня это обходиться в 125 000 руб. Ожидается, что данная операция будет дорожать на 12 % в год (по сложному проценту).
Какую сумму им следует вносить в конце каждого года на счет, приносящий 10 %, чтобы к указанному времени иметь достаточно средств на замену крыши?

Алгоритм расчета

1. Определить будущую стоимость покрытия (известна текущая)
2. Определить платеж (известна будущая стоимость)

1. Задача

1 действие:

Будущая стоимость единицы (1ф)

$$FV = 125\ 000 * (1+0,12)^{10} = 125\ 000 * 1,12^{10} = 125\ 000 * 3,106 = \mathbf{388\ 250\ руб.}$$

2 действие:

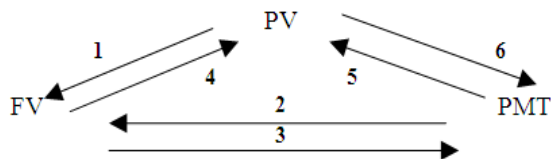
Фактор фонда возмещения (3ф)

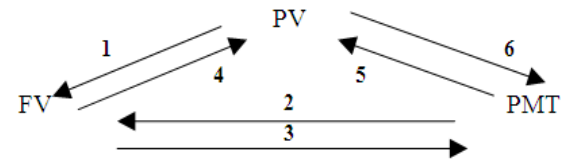
$$PMT = 388\ 250 * (0,10 / (1,1^{10} - 1)) = 388\ 250 * 0,10 / (2,59 - 1) = 388\ 250 * 0,10 / 1,59 = 388\ 250 * 0,063 = \mathbf{24\ 459\ руб.}$$

Или:

По таб. 1 ст: будущая ст .единицы под 12% на 10 лет = 3,106

По таб. 3 ст.: фактор фонда возм. под 10% на 10 лет = 0,063





2. Супруги планируют совершить длительное турне через 5 лет. В настоящий момент такое турне обошлось бы в 10 000де. Стоимость путешествия ежегодно дорожает на 10 %(по сложному проценту).

Хватит ли средств супругам на запланированное турне, если они будут в конце каждого года вносить 1 920де на счет, приносящий 12 % годовых?

Алгоритм расчета

1. Определить будущую стоимость круиза (известна текущая)
Будущая стоимость единицы
2. Определить будущую стоимость платежей (известен платеж)
Будущая стоимость аннуитета
3. Сравнить будущую и накопленную суммы

2. Задача

1 действие

Будущая стоимость единицы (1ф)

$$FV = 10\,000 * (1+0,10)^5 = 10\,000 * 1,1^5 = 10\,000 * 1,61 = \mathbf{16\,100 \text{ де}}$$

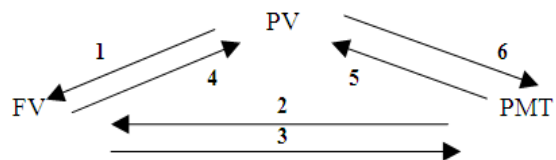
2 действие

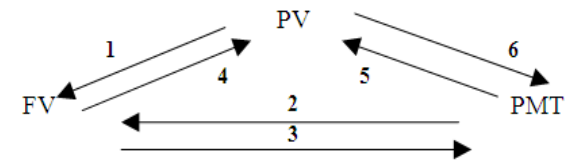
Будущая стоимость платежей (2ф)

$$FV = 1\,920 * (1,12^5 - 1) / 0,12 = 1\,920 * (1,762 - 1) / 0,12 = 1\,920 * 0,762 / 0,12 = 1\,920 * 6,35 = \mathbf{12\,192 \text{ де .}}$$

3 действие

Треб. 16 100 де..... Накоплено 12 192 де
средств не хватает





3. Владелец автостоянки предполагает в течение 6 лет получать ежегодный доход от аренды по 60 тыс. де. В конце 6 года автостоянка будет перепродана за 1 350 тыс. де. Ставка дисконта от дохода 15%, от перепродажи 12%. Рассчитать текущую стоимость объекта.

Алгоритм расчета

1. Определить текущую стоимость платежей (платеж известен)
Текущая стоимость платежей

2. Определить текущую стоимость продажи (будущая известна)
Текущая стоимость будущей единицы

3. Суммировать текущие стоимости

3. Задача

1 действие

Текущая стоимость платежей (5ф)

$$PV = 60 * (1 - 1/1,15^6) / 0,15 = 60 * (1 - 1/2,313) / 0,15 = 60 * (1 - 0,432) / 0,15 = 60 * 0,568 / 0,15 = 60 * 3,786 = \mathbf{227,16 \text{ тыс. де.}}$$

2 действие

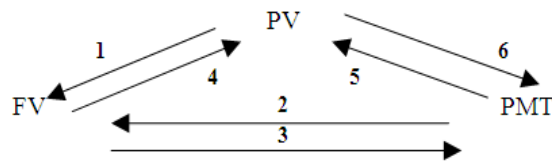
Текущая стоимость будущей единицы (4ф)

$$PV = 1350 * (1/1,12^6) = 1350 * 1/1,97 = 1350 * 0,507 = \mathbf{685,8 \text{ тыс.де.}}$$

3 действие

Сумма текущих стоимостей

$$227,16 + 685,8 = \mathbf{912,96 \text{ тыс.де}}$$



4. Сданная в аренду недвижимость в течение 3 лет приносит в конце каждого года по 10 тыс. де. В течение следующих 2 лет ежегодный доход составит 12 тыс. де. Ожидаемая годовая доходность 15%.

Через 5 лет предполагается, что недвижимость будет продана за 200 тыс. де. За какую сумму целесообразно продать этот объект в настоящее время?

Алгоритм расчета

1. Сформировать потоки дохода по периодам – PMT_n
2. Определить номер периода – n
3. Определить ставку дисконта (общая норма доходности) – i
4. Рассчитать дисконтный множитель – K_d
5. Рассчитать текущую стоимость по каждому периоду PV_n и суммировать
6. Рассчитать текущую стоимость продажи объекта (реверсия) PV_p
7. Рассчитать рыночную стоимость объекта в настоящее время путем суммирования потока доходов и стоимости реверсии.

4. Задача

Год	1	2	3	4	5		Формула расчета
PMT_n	10	10	10	12	12		дано
n	1	2	3	4	5		
P						200	дано
i	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	дано
Kd	0,869	0,756	0,658	0,572	0,497	0,497	$Kd = \frac{1}{(1+i)^n}$
PV_n	8,69	7,56	6,58	6,86	5,96	35,65	$PV_n = PMT_n * Kd$
PV_P						99,4	$PV_P = P * \frac{1}{(1+i)^n}$
PC						135,050	сумма

Рыночная стоимость объекта составляет **135,050** тыс. де.

5. Годовой арендный платеж первые 2 года составляет 100 тыс. руб., затем он уменьшается на 30 тыс. руб. и сохраняется в течение 2 лет, после чего возрастает на 50 тыс. руб. и будет поступать еще 2 года. Ставка дисконтирования $i = 15\%$, платежи поступают в конце каждого года. Какова текущая стоимость потока арендных платежей?

Алгоритм расчета

1. Сформировать потоки дохода по периодам (**PMT_n**)
2. Определить номер периода (**n**)
3. Определить коэффициент дисконтирования (дисконтный множитель) (**K_{dn}**)
4. Рассчитать текущую стоимость дохода каждого периода (**PV_n**)
как произведение: **PV_n * K_{dn}**
5. Рассчитать текущую стоимость арендных платежей путем суммирования результата по периодам (**PV_n * K_{dn}**)

Год	1	2	3	4	5	6	Формула расчета
PMT_n	100	100	70	70	120	120	дано
n	1	2	3	4	5	6	
i	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	дано
K_d	0,869	0,756	0,658	0,572	0,497	0,432	$K_d = \frac{1}{(1+i)^n}$
PV_n	86,90	75,60	46,06	40,04	59,64	51,84	PV_n = PMT_n * K_d
РСпотока						360,08	сумма

**УСПЕХОВ ПРИ СДАЧЕ КВАЛИФИКАЦИОННОГО ЭКЗАМЕНА
ПО НАПРАВЛЕНИЮ
ОЦЕНКА НЕДВИЖИМОГО ИМУЩЕСТВА!**

**+7 (383) 220-50-37
sibocenka@bk.ru**